

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ «АКБУЛАКСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

**Методические рекомендации для студентов  
по выполнению практических и лабораторных работ  
«ОУП – 04, МАТЕМАТИКА»**

**(324 часа)**

по специальности

**40.02.04 Юриспруденция**

Форма обучения: очная

Нормативный срок освоения: 3 г.10мес.

База обучения: основное общее образование

Акбулак 2023г.

Методические рекомендации по дисциплине «Математика» разработана на основе:

- Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (утвержденный приказом Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. N 413, с изменениями и дополнениями от: 29.12.2014г., 31.12.2015г., 29.06.2017г.);

- Примерной основной общеобразовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з).

- Рабочей программы учебной дисциплины «Математика» утвержденной директором ГАПОУ «АПТ» Симаковой Е.В.

для специальности:

#### **40.02.04 Юриспруденция**

Организация-разработчик: ГАПОУ «АПТ»

Разработчик: Блялова Гульназ Тюлегеновна, высшая категория

Содержание	стр.
Пояснительная записка.	4
Перечень практических занятий, к которым составлены методические рекомендации	5
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 1-2, 11-12, 53-58, 5-8, 59-62	8
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 9-10, 21-24	9
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 3-4, 35-40	10
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 45-52, 25-34, 15-16, 41-44	11
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 13-14, 17-18, 19-20	12
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 67-70, 63-66	13
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 71-76, 97-108	14
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 77-90, 91-96	15
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 109-122	16
Методические рекомендации по выполнению практических работ № 123-126	17
Список литературы.	18
Приложения.	19

## Пояснительная записка

Методические рекомендации содержат методические указания к практическим работам по дисциплине «Математика» и предназначены для обучающихся по программе подготовки квалифицированных рабочих и служащих.

Цель разработки: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по предмету «Математика».

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний. Практические задания выполняются студентом самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания. К практическому занятию от студента требуется предварительная подготовка, которую он должен провести перед занятием. Список литературы и вопросы, необходимые при подготовке, студент получает перед занятием из методических рекомендаций к практическому занятию.

Практические задания разработаны в соответствии с рабочей программой. В зависимости от содержания они могут выполняться студентами индивидуально или фронтально.

Отметку по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления в письменном или электронном виде, оформления отчета в котором указывает полученные знания и умения в ходе выполнения практической работы, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

В методических рекомендациях для выполнения практических работ содержится инструкция с чётким алгоритмом хода работы. Без системного контроля нельзя добиться хороших результатов. Каждый студент должен овладеть основным учебным материалом, не ниже обязательных требований программы и продемонстрировать свои знания в ходе выполнения практических работ.

## Критерии оценивания практических работ

### **Отметка «5» ставится, если:**

работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала),

работа выполнена более чем на 90%.

### **Отметка «4» ставится в следующих случаях:**

работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки),

допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки),

работа выполнена более чем на 75%.

### **Отметка «3» ставится, если:**

допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме,

выполнено не менее 50% работы.

### **Отметка «2» ставится, если:**

допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере,

правильно выполнено меньше половины работы,

правильно выполнено не более 10% всех заданий,

не приступил к выполнению работы.

## Тематика практических занятий

1. ПЗ 1-2 Решение задач с использованием долей и частей, процентов, модулей чисел. Модуль числа и его свойства.
2. ПЗ 3-4 Решение задач с использованием свойств степеней и корней.
3. ПЗ 5-6. Решение задач с использованием многочленов, преобразований многочленов.
4. ПЗ 7-8 Решение задач с использованием преобразований дробно-рациональных выражений.
5. ПЗ 9-10 Решение задач с использованием градусной меры угла
6. ПЗ 11-12 Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.
7. ПЗ 13-14 Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков
8. ПЗ 15-16 Решение задач с использованием числовых функций и их графиков.
9. ПЗ 17-18 Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений.
10. ПЗ 19-20 Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.
11. ПЗ 21-22 Способы задания множеств. Операции над множествами.
12. ПЗ 23-24 Круги Эйлера. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера
13. ПЗ 25-26 Тригонометрические функции чисел и углов.
14. ПЗ 27-28 Формулы приведения тригонометрических функций.
15. ПЗ 29-30 Формулы сложения тригонометрических функций.
16. ПЗ 31-32 Формулы двойного и половинного аргумента.
17. ПЗ 33-34 Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.
18. ПЗ 35-36 Свойства степени с действительным показателем.
19. ПЗ 37-38 Свойства логарифма.
20. ПЗ 39-40 Преобразование логарифмических выражений.
21. ПЗ 41-42 Решение задач по теме «Функция»
22. ПЗ 43-44 Логарифмическая функция и ее свойства и график.
23. ПЗ 45-46 Простейшие показательные уравнения
24. ПЗ 47-48 Логарифмические уравнения
25. ПЗ 49-50 Иррациональные уравнения.
26. ПЗ 51-52 Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения
27. ПЗ 53-54 Действия с комплексными числами.
28. ПЗ 55-56 Комплексно сопряженные числа.
29. ПЗ 57-58 Решение уравнений в комплексных числах.
30. ПЗ 59-60 Разложение многочленов на множители
31. ПЗ 61-62 *Схема Горнера, теорема Безу.*
32. ПЗ 63-64 Производные элементарных функций
33. ПЗ 65-66 Правила дифференцирования.
34. ПЗ 67-68 Исследование элементарных функций на точки экстремума.
35. ПЗ 69-70 *Применение производной при решении задач.*
36. ПЗ 71-72 *Первообразная. Первообразные элементарных функций.*
37. ПЗ 73-74 *Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»*
38. ПЗ 75-76 *Площадь криволинейной трапеции*
39. ПЗ 77-78 Повторение. Решение задач с применением свойств фигур на плоскости.
40. ПЗ 79-80 *Задачи на доказательство и построение контрпримеров». Применение простейших логических правил.*
41. ПЗ 81-82 Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках.

42. ПЗ 83-84 Решение задач с использованием фактов, связанных с четырехугольниками.
43. ПЗ 85-86 Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями.
44. ПЗ 87-88 Решение задач на измерения на плоскости. Решение задач на вычисление длин и площадей.
45. ПЗ 89-90 Решение задач с помощью векторов и координат.
46. ПЗ 91-92 Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.
47. ПЗ 93-94 Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.
48. ПЗ 95-96 Наклонные и проекции.
49. ПЗ 97-98 Виды многогранников. *Развертки многогранника. Теорема Эйлера.* Правильные многогранники.
50. ПЗ 99-100 Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы. Площадь поверхности
51. ПЗ 101-102 Площадь поверхности призмы
52. ПЗ 103-104 Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства. Усеченная пирамида. Площадь поверхности.
53. ПЗ 105-106 Площадь поверхности пирамиды
54. ПЗ 107-108 Построение сечений многогранников методом проекций. Построение сечений многогранников методом следов.
55. ПЗ 109-110 Цилиндр. Развертка цилиндра Площадь поверхности цилиндра.
56. ПЗ 111-112 Конус. Развертка конуса. Усеченный конус. Площадь поверхности конуса.
57. ПЗ 113-114 Шар и сфера. Площадь сферы. Площадь сферического пояса.
58. ПЗ 115-116 Сечения цилиндра, конуса и шара.
59. ПЗ 117-118 Решение задач по теме «Цилиндр, конус, шар и сфера»
60. ПЗ 119-120 Объемы многогранников.
61. ПЗ 121-122 Объемы тел вращения.
62. ПЗ 123-124 Формула расстояния между точками. Формула расстояния от точки до плоскости.
63. ПЗ 125-126 Статистика. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.

## Методические рекомендации по выполнению практических работ № 1-2, 11-12

**ПЗ 1-2 Решение задач с использованием долей и частей, процентов, модулей чисел. Модуль числа и его свойства.**

**ПЗ 11-12 Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.**

**Цель:** сформировать навыки

-применения понятий, связанных использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел.;

- сформировать навыки решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем

Для выполнения работы необходимо:

1. Повторить: свойства делимости, основные признаки делимости, простые и составные числа, НОД натуральных чисел, алгоритм нахождения НОД, НОК натуральных чисел, алгоритм нахождения НОК, затем.;
2. Внимательно вчитайтесь в условие задачи. Если оно слишком запутанно, перечитайте его несколько раз, чтобы четко уяснить, какие действия нужно выполнить,2
3. Добавьте к получившимся результатам единицы их измерения – штуки, литры, граммы, метры и т.д. 3
4. При необходимости составьте схему или нарисуйте рисунок, который может помочь вам лучше понять условие и вопрос задачи,4
5. Выполните необходимые вычисления,
6. Запишите ответ.

## Методические рекомендации по выполнению практических работ № 53 -58

**ПЗ 53-54 Действия с комплексными числами.**

**ПЗ 55-56 Комплексно сопряженные числа.**

**ПЗ 57-58 Решение уравнений в комплексных числах.**

**Цель:** сформировать навыки

-находить комплексно-сопряженные числа, находить тригонометрическую форму КЧ

-решать уравнения в КЧ,

-выполнять работу над УП

Для выполнения работы необходимо:

Повторить определение комплексного числа, правила сложения и умножения комплексных чисел, квадрат мнимой единицы, сопряжённые комплексные числа, изображение комплексных чисел. (см. приложение)

Рассмотреть решение уравнения  $x^2 - 6x + 18 = 0$ .

*Решение.* Дискриминант данного уравнения:  $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 36 - 72 = -36$  меньше нуля, но теперь мы можем воспользоваться мнимой единицей:

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36} \cdot \sqrt{-1}}{2} = \frac{6 \pm 6i}{2}, \text{ т.е. } x_1 = 3 + 3i; \quad x_2 = 3 - 3i.$$

3. Выполнить действия в соответствии с правилами, решить уравнение по образцу.
4. Записать ответ.

## Методические рекомендации по выполнению практических работ № 5-8, 59-62

**ПЗ 5-6. Решение задач с использованием многочленов, преобразований многочленов.**

**ПЗ 7-8 Решение задач с использованием преобразований дробно-рациональных выражений.**

**ПЗ 59-60 Разложение многочленов на множители**



### ПЗ 61-62 Схема Горнера, теорема Безу.

**Цель:** сформировать навыки решение задач с использованием многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.

-сформировать навыки применения теоремы арифметики, т. Ферма, т. Ферма, т. Безу, формулы Бинома-Ньютона, функции Эйлера

Китайской теоремы об остатках, выполнять алгоритм Евклида

Многочлен представляет собой алгебраическую сумму произведений чисел, переменных и их степеней. Преобразование многочленов обычно включает два вида задач. Выражение требуется либо упростить, либо разложить на множители, т.е. представить его в виде произведения двух или нескольких многочленов или одночлена и многочлена.

2

1. В задачах, которые требуют разложения многочлена на множители( нахождение корней многочлена), определите общий множитель данного выражения (приравняйте к нулю)

- Для этого сначала вынесите за скобки те переменные, которые входят в состав всех членов выражения. Причем эти переменные должны иметь наименьший показатель.

- Затем вычислите наибольший общий делитель каждого из коэффициентов многочлена

. Модуль полученного числа будет коэффициентом общего множителя.4((

2. Если выражение не имеет общего множителя, попробуйте разложить его способом группировки. Для этого объедините в группы те члены, у которых имеются общие множители.

- Вынесите общий множитель каждой группы за скобки. Вынесите за скобки общий множитель у всех образовавшихся групп.6

3. Некоторые **многочлены** раскладываются на множители при помощи формул сокращенного умножения. Для этого приведите многочлен к нужному виду способом группировки или при помощи вынесения за скобки общего множителя. Далее примените соответствующую формулу сокращенного умножения.8

4. Некоторые многочлены можно разложить на множители методом неопределенных коэффициентов. Так, каждый многочлен третьей степени можно представить в виде  $(y-t)(my^2+ny+k)$ , где  $t, m, n, k$  – числовые коэффициенты. Следовательно, задача сводится определению значений этих коэффициентов. Это делается, исходя из данного равенства:  $(y-t)(my^2+ny+k)=my^3+(n-mt)y^2+(k-nt)y-tk$ .(см. приложение)

5. Запишите ответ.

### Методические рекомендации по выполнению практических работ № 9-10

#### ПЗ 9-10 Решение задач с использованием градусной меры угла

**Цель:** формировать навыки

- решения задач с использованием градусной меры угла

- нахождения модуля числа и его свойства.

а)Что такое угол в 1 радиан?

б) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла  $\alpha$ .

в) Как зависят знаки  $\sin\alpha, \cos\alpha, \operatorname{tg}\alpha, \operatorname{ctg}\alpha$  от того, в какой координатной четверти расположена точка  $P_\alpha$ ? Назовите эти знаки.

2. Рассмотрите теоретический материал по теме. Сделать краткие записи в тетради

3. Изучить условие заданий для практической работы. Оформить отчет по работе

### Методические рекомендации по выполнению практических работ № 21-24

#### ПЗ 21-22 Способы задания множеств. Операции над множествами.

#### ПЗ 23-24 Круги Эйлера. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера

**Цель:** формировать навыки

- определять истинные и ложные высказывания,
- выполнять операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.
- изучения законов логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил»
- решения задач по математической индукция

При выполнении заданий, связанных с алгеброй логики необходимо изучить теоретический материал, уметь составлять таблицу истинности

**Алгоритм построения таблицы истинности:**

1. подсчитать количество переменных  $n$  в логическом выражении;
2. определить число строк в таблице по формуле  $m=2^n$ , где  $n$  — количество переменных;
3. подсчитать количество логических операций в формуле;
4. установить последовательность выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов;
5. определить количество столбцов: число переменных + число операций;
6. выписать наборы входных переменных;
7. провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной в пункте 4 последовательностью.

**Заполнение таблицы:**

1. разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю часть «0», а нижнюю «1»;
2. разделить колонку значений второй переменной на четыре части и заполнить каждую четверть чередующимися группами «0» и «1», начиная с группы «0»;
3. продолжать деление колонок значений последующих переменных на 8, 16 и т.д. частей и заполнение их группами «0» или «1» до тех пор, пока группы «0» и «1» не будут состоять из одного символа.

**Методические рекомендации по выполнению практических работ № 3-4, 35-40**

**ПЗ 3-4 Решение задач с использованием свойств степеней и корней**

**ПЗ 35-36 Степень с действительным показателем, свойства степени**

**ПЗ 37-38 Свойства логарифма.**

**ПЗ 39-40 Преобразование логарифмических выражений.**

**Цель:** формировать навыки

- решение задач с использованием свойств степеней и корней.
- находить степень с действительным показателем, свойства степени, логарифм числа, свойства логарифма.
- выполнять преобразование логарифмических выражений

Для успешного решения примеров по данной теме необходимо:

1. Повторить определение степени корня  $n$ -й степени из числа  $a$ , свойства корня, определение логарифма, основное логарифмическое тождество, формулу перехода к другому основанию, свойства логарифмов,
2. Чтобы решить задачу с использованием корней, разложить числа, стоящие под знаком корня, по степеням простых чисел и воспользоваться свойствами корней, найти значение выражения, применяя указанные свойства и используя при необходимости справочный материал.
3. Записать ответ.

## **Методические рекомендации по выполнению практических работ № 45-52**

**ПЗ 45-46 Простейшие показательные уравнения**

**ПЗ 47-48 Логарифмические уравнения**

**ПЗ 49-50 Иррациональные уравнения.**

**ПЗ 51-52 Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения**

Цель: Обобщить и систематизировать методы решения уравнений.

Задачи:

- Сформировать умение решать простейшие уравнения каждого вида.
- Рассмотреть дополнительные методы решения уравнений,

Для успешного решения любого уравнения необходимо:

1. Безошибочно решать простейшие уравнения любого вида,
2. Активно знать виды уравнений,
3. Чётко, подробно и без ошибок проделывать математические преобразования уравнений, используя при необходимости справочный материал.
4. На каждом этапе необходимо:  
определять тип уравнения,  
вспомнить соответствующую формулу корней, решить уравнение.  
Записать ответ.

## **Методические рекомендации по выполнению практических работ № 25-34**

**ПЗ 25-26 Тригонометрические функции чисел и углов.**

**ПЗ 27-28 Формулы приведения тригонометрических функций.**

**ПЗ 29-30 Формулы сложения тригонометрических функций.**

**ПЗ 31-32 Формулы двойного и половинного аргумента.**

**ПЗ 33-34 Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.**

**Цель:** формировать навыки выполнять

- преобразования с помощью формул приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента;
- выполнять преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

При выполнении тригонометрических преобразований, необходимо:

- 1.Повторить определение основных тригонометрических функций, основные тригонометрические тождества, формулы сложения, формулы суммы и разности синусов (косинусов), формулы двойного аргумента,
2. Выполнить преобразования и практические расчёты используя данные формулы.
3. Записать ответ.

## **Методические рекомендации по выполнению практической работы № 15-16, 41-44.**

**ПЗ15-16 Решение задач с использованием числовых функций и их графиков.**

**ПЗ 41-42 Решение задач по теме «Функция»**

**ПЗ 43-44 Логарифмическая функция и ее свойства и график.**

**Цель:** Формирование у обучающихся навыков

- преобразования графиков сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей.

Запас функций, графики которых мы умеем строить, невелик. Для того чтобы этот список расширить, используют преобразования графиков. Для построения графика необходимо:

1. Повторить графики элементарных функций, повторить виды преобразований графиков функций,
2. Внимательно изучить заданную функцию, чтобы определить какой вид преобразования нам выбрать,
3. Построить первоначальный график и выполнить необходимые преобразования поэтапно.

### **Методические рекомендации по выполнению практических работ № 13-14, 17-18**

**13-14 Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.**

**ПЗ 17-18 Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений.**

**Цель:** Формирование у обучающихся навыков

- решения задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.

- решения задач с использованием числовых функций и их графиков, графического решения уравнений и неравенств.

- решение однородные тригонометрические уравнения.

-решения неравенств методом *интервалов для решения неравенств.*

Для решения неравенств, систем неравенств, необходимо:

1. Повторить свойства линейной и квадратичной функций,
2. Построить график уравнения,
3. Определить знак функции на каждом интервале,
4. Записать ответ с помощью промежутков.
5. При решении системы найти пересечение множеств,
6. Записать в ответ.

### **Методические рекомендации по выполнению практической работы № 19-20**

**19-20 Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.**

**Цель:** Формировать навыки

- выполнять решение задач с применением свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Пусть задана геометрическая прогрессия.

1. Необходимо найти знаменатель геометрической прогрессии.
2. Проверить выполнение условия, знаменатель должен быть меньше 1.
3. Воспользоваться формулой для нахождения суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, выполнить вычисления.
4. Записать ответ.

## Методические рекомендации по выполнению практической работы № 67-70.

### ПЗ 67-68 Исследование элементарных функций на точки экстремума.

### ПЗ 69-70 Применение производной при решении задач.

**Цель:** Сформировать навыки

- нахождения **точек экстремума (максимума и минимума). Нахождение экстремумов функций** нескольких переменных

- исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной, построения графиков функций с помощью производных

- работы над индивидуальным проектом

Пусть функция  $f(x)$  непрерывна и определена на заданном отрезке  $[a; b]$  и имеет на нем некоторое (конечное) количество критических точек.

1. Найдем производную функции  $f'(x)$  по  $x$ .
2. Приравняем производную функции к нулю, чтобы определить критические точки функции. Не забываем определить точки, в которых производная не существует - они также являются критическими.
3. Из множества найденных критических точек выбираем те, которые принадлежат отрезку  $[a; b]$ . Вычисляем значения функции  $f(x)$  в этих точках и на концах отрезка.
4. Из множества найденных значений функции выбираем максимальное и минимальное значения. Это и есть искомые наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке
5. Записываем ответ.

Для успешного выполнения задания необходимо: (см. приложение)

1. Найти область определения функции и исследовать поведение функции в граничных точках этой области (при стремлении аргумента к границе области). Найти вертикальные асимптоты.
2. Выяснить симметрию графика (четность или нечетность функции) и вопрос о периодичности функции.
3. Найти точки разрыва и промежутки непрерывности.
4. Определить нули (корни) функции и промежутки знакопостоянства.
5. Найти производную функции, критические точки.
6. Найти точки и значения экстремумов и промежутки монотонности.
7. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости.
8. Найти наклонные асимптоты графика функции.
9. Указать другие специфические особенности функции.
10. Построить график функции

## Методические рекомендации по выполнению практических работ № 63-66

### ПЗ 63-64 Производные элементарных функций

### ПЗ 65-66 Правила дифференцирования.

**Цель:** Сформировать навыки

-находить производные элементарных функций, применять правила дифференцирования, находить вторую производную функции, определять ее геометрический и физический смысл

- работать над индивидуальным проектом

При отыскании производных, используются не только формулы, но и некоторые правила дифференцирования.

Для нахождения производной данной функции, второй производной, решение задач с применением уравнения касательной, необходимо:

1. Повторить правила дифференцирования,

- производные элементарных функций,  
алгоритм составления уравнения касательной к графику функции  $y=f(x)$
- Используя данные правила и справочный материал, выполнить задание.
  - Записать ответ.

### **Методические рекомендации по выполнению практической работы № 71-76**

**ПЗ 71-72 Первообразная. Первообразные элементарных функций.**

**ПЗ 73-75 Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница»**

**ПЗ 75-76 Площадь криволинейной трапеции**

**Цель:** Сформировать навыки

- находить первообразные элементарных
- применять формулу Ньютона - Лейбница

При отыскании первообразных, как и при отыскании производных, используются не только формулы, но и некоторые правила. Они непосредственно связаны с соответствующими правилами вычисления производных. Для нахождения первообразной данной функции,

- Необходимо внимательно изучить заданную функцию,
- Выбрать правило или правила, которые нам необходимы,
- Воспользовавшись таблицей первообразных, найти первообразную.
- Записать ответ.

### **Методические рекомендации по выполнению практических работ № 97-108**

**ПЗ 97-98 Виды многогранников. Развертки многогранника. Теорема Эйлера. Правильные многогранники.**

**ПЗ 99-100 Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы. Площадь поверхности**

**ПЗ 101-102 Площадь поверхности призмы**

**ПЗ 103-104 Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства. Усеченная пирамида. Площадь поверхности.**

**ПЗ 105-106 Площадь поверхности пирамиды**

**ПЗ 107-108 Построение сечений многогранников методом проекций. Построение сечений многогранников методом следов.**

**Цель:** сформировать навыки

- решения геометрических задач с использованием изученных свойств планиметрических фигур, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- решения задач на вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях;
- решения задач на вычисление линейных элементов и углов призмы;
- решения задач на вычисление линейных элементов и углов пирамиды.

При решении геометрических задач на нахождение неизвестных элементов или величин следует придерживаться алгоритма решения:

- Изучить условие задачи. Выполнить эскиз рисунка, соответствующий условию данной задачи.
- Уяснить, что необходимо найти в задаче и что для этого необходимо знать.
- Из системы опорных задач выделить часто повторяющиеся задачи (желательно сопроводить иллюстрацией), которые будут входить в ход решения данной задачи.  
Выяснить, какие из ранее изученных задач могут быть полезны при решении данной задачи.
- Учитывая предыдущий шаг, переформулировать данную задачу, решить ее.
- Записать ответ.

## **Методические рекомендации по выполнению практических работ № 77-90**

**ПЗ 77-78 Повторение. Решение задач с применением свойств фигур на плоскости.**

**ПЗ 79-80 Задачи на доказательство и построение контрпримеров». Применение простейших логических правил.**

**ПЗ 81-82 Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках.**

**ПЗ 83-84 Решение задач с использованием фактов, связанных с четырехугольниками.**

**ПЗ 85-86 Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями.**

**ПЗ 87-88 Решение задач на измерения на плоскости. Решение задач на вычисление длин и площадей.**

**ПЗ 89-90 Решение задач с помощью векторов и координат.**

**Цель:** сформировать навыки

- решения задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками.

-решения задач с использованием фактов, связанных с окружностями.

-решения задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей.

-решения задач с помощью векторов и координат

При решении задач данного типа необходимо следовать алгоритму:

1. Для нахождения площади боковой поверхности пирамиды нужно измерить линейкой следующие элементы: апофему, стороны основания, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади (если пирамида правильная). Если пирамида наклонная, то боковую поверхность находим из суммы площадей граней.

2. Для нахождения площади полной поверхности пирамиды нужно найти площадь основания пирамиды (площадь треугольника, прямоугольника, ромба)

3. Площадь полной поверхности пирамиды находится как сумма площадей боковой поверхности и основания.

4. Для нахождения площади боковой поверхности призмы нужно измерить линейкой следующие элементы призмы: стороны основания, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади (если призма прямая)

5. Для нахождения площади полной поверхности призмы нужно найти площадь основания призмы (площадь треугольника, прямоугольника, ромба)

6. Площадь полной поверхности призмы находится как сумма площадей боковой поверхности и двух оснований.

7. Записать ответ.

## **Методические рекомендации по выполнению практических работ № 91-96**

**ПЗ 91-92 Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.**

**ПЗ 93-94 Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.**

**ПЗ 95-96 Наклонные и проекции.**

**Цель:** формировать навыки

-решение геометрических задач с использованием скрещивающихся прямых в пространстве, угла между ними, расстояния между ними

- решение геометрических задач с использованием параллельности прямых и плоскостей в пространстве, перпендикулярности прямой и плоскости .

-решения задач на наклонные и проекции.

Для решения геометрических задач с использованием стереометрических методов необходимо знать понятия скрещивающихся прямых, наклонных и проекций, параллельности прямой и плоскости

## Методические рекомендации по выполнению практических работ №109-118

**ПЗ 109-110 Цилиндр. Развертка цилиндра Площадь поверхности цилиндра.**

**ПЗ 111-112 Конус. Развертка конуса. Усеченный конус. Площадь поверхности конуса.**

**ПЗ 113-114 Шар и сфера. Площадь сферы. Площадь сферического пояса.**

**ПЗ 115-116 Сечения цилиндра, конуса и шара.**

**ПЗ 117-118 Решение задач по теме «Цилиндр, конус, шар и сфера»**

**Цель:** формировать навыки

- решения задач с изображением развертки цилиндра и конуса,
- вычисления площадь поверхности цилиндра и конуса.
- применять формулы для нахождения объема тетраэдра
- находить объемы тел вращения. Объем шарового слоя
- применение объемов при решении задач.

При решении практических задач на нахождение неизвестных элементов или величин следует придерживаться алгоритма решения:

1. Изучить условие задачи. Выполнить эскиз рисунка, соответствующий условию данной задачи,
2. Выяснить, что необходимо найти в задаче и что для этого необходимо знать, о какой геометрической фигуре идёт речь, какая формула необходима для решения задачи,
3. Из системы опорных задач выделить часто повторяющиеся задачи (желательно сопроводить иллюстрацией), которые будут входить в ход решения данной задачи.

Выяснить, какие из ранее изученных задач могут быть полезны при решении данной задачи.

4. Учитывая предыдущий шаг, переформулировать данную задачу, решить ее.
5. Записать ответ.

## Методические рекомендации по выполнению практической работы № 119-122

**ПЗ 119-120 Объемы многогранников.**

**ПЗ 121-122 Объемы тел вращения.**

**Цель:** формировать навыки.

- применять формулы для нахождения объемов многогранников
- находить объемы тел вращения.
- применение объемов при решении задач.

При решении практических задач на нахождение неизвестных элементов или величин следует придерживаться алгоритма решения:

1. Изучить условие задачи. Выполнить эскиз рисунка, соответствующий условию данной задачи,
2. Выяснить, что необходимо найти в задаче и что для этого необходимо знать, о какой геометрической фигуре идёт речь, какая формула необходима для решения задачи,
3. Из системы опорных задач выделить часто повторяющиеся задачи (желательно сопроводить иллюстрацией), которые будут входить в ход решения данной задачи.

Выяснить, какие из ранее изученных задач могут быть полезны при решении данной задачи.

4. Учитывая предыдущий шаг, переформулировать данную задачу, решить ее.
5. Записать ответ.



## **Методические рекомендации по выполнению практической работы № 123-124**

### **ПЗ 123-124 Формула расстояния между точками. Формула расстояния от точки до плоскости.**

**Цель:** формировать навыки

- применять формулу расстояния между точками, формулу расстояния от точки до плоскости.

При решении задач координатно-векторным методом необходимо:

1. Повторить формулы:

- координат середины отрезка,
- формулу расстояния между точками,
- расстояние от точки до плоскости,
- правила действий с векторами,
- формулу скалярного произведения векторов,
- уравнение прямой, уравнение плоскости, уравнение сферы.

2. Изучить условие задачи, выбрать соответствующую формулу, произвести вычисления,

3. Записать ответ.

## **Методические рекомендации по выполнению практической работы № 125-126**

### **ПЗ 125-126 Статистика. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.**

**Цель:** формировать навыки

- решения задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.

Для успешного решения задач по статистике, необходимо:

1. Повторить формулы средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.
2. Внимательно изучить условие задачи, сформировать все данные в виде таблицы, заполнить корректными значениями .
3. Записать ответ.

### Литература

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10-11 классы /Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачев М.В. и др. - АО «Издательство «Просвещение»
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни) 10-11 классы /Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. - АО «Издательство «Просвещение»
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 11 класс / Калягин Ю.М., Ткачев М.В., Федорова Н.Е. и др. - АО «Издательство «Просвещение».
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) в 2-х частях 11 класс / Ч.1.: Мордкович А.Г., Семенов П. В.; Ч.2.: Мордкович А.Г. и др., под редакцией Мордковича А.Г.- ООО «ИОЦ МНМОЗИНА»
5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 класс / Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. - АО «Издательство «Просвещение».
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 11 класс / Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. - АО «Издательство «Просвещение».
7. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10 -11 классы / Погорелов А.В - АО «Издательство «Просвещение».
8. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (углубленный уровень). 11 классы / Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. - ООО «Дрофа»

### Приложения:

**№4-5 Определение.** Комплексными называются числа вида  $a + bi$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i$  – мнимая единица:  $i^2 = -1$ .  $a$  называется действительной частью,  $bi$  – мнимой частью комплексного числа. [1]

Определение. Два комплексных числа называются равными, если равны их действительные части и коэффициенты при мнимых частях,

$$\text{т.е. } a + bi = c + di \quad a = c, b = d.$$

Для комплексных чисел не существует соотношений «больше», «меньше».

Примеры: Найдите действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнение числа, воспользовавшись тем, что если комплексные числа равны, то их мнимая и действительная часть соответственно равны.

$$\text{а) } x - 8i + (y - 3)i = 1$$

$$\text{б) } (3 + i)x - 2(1 + 4i)y = -2 - 4i$$

#### 4. Действия над комплексными числами.

Определение. Суммой двух комплексных чисел  $a + bi = c + di$  называется комплексное число, равное  $(a + c) + (b + d)i$ .

Определение. Числа  $a + bi$  и  $-a - bi$  называются противоположными.

$$\text{Действительно, } (a + bi) + (-a - bi) = (a - a) + (b - b)i = 0 + 0i = 0.$$

Определение. Числа  $a + bi$  и  $a - bi$  называются сопряженными. Два комплексных

числа  $z = a + bi$  и  $\bar{z} = a - bi$ , отличающиеся лишь знаком мнимой части, называются *сопряженными*.

$$(a + bi) + (a - bi) = 2a;$$

$$(a + bi) + (a - bi) = a^2 - (bi)^2 = a^2 - b^2i^2 = a^2 - b^2(-1) = a^2 + b^2.$$

Найдем *произведение* двух комплексных чисел:

$$(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Пример:  $(4 - 3i)(-2 + 5i) = (-8 + 15) + (20 + 6)i = 7 + 26i$

#### 3. Алгебраическая форма комплексного числа.

Запись комплексного числа в виде  $a + bi$  называют алгебраической формой комплексного числа, где  $a$  – действительная часть,  $bi$  – мнимая часть, причем  $b$  – действительное число.

Комплексное число  $a + bi$  считается равным нулю, если его действительная и мнимая части равны нулю:  $a = b = 0$

Комплексное число  $a + bi$  при  $b = 0$  считается совпадающим с действительным числом  $a$ :  $a + 0i = a$ .

Комплексное число  $a + bi$  при  $a = 0$  называется чисто мнимым и обозначается  $bi$ :  $0 + bi = bi$ .

Геометрическое изображение комплексных чисел.

Как известно, действительные числа можно изображать точками числовой прямой. При этом каждому действительному числу соответствует единственная точка числовой прямой. Верно и обратное утверждение: каждой точке числовой прямой соответствует единственное действительное число. Значит, между точками числовой прямой и множеством всех действительных чисел установлено взаимно однозначное соответствие.

Подобно тому, как действительные числа изображаются точками числовой прямой, комплексные числа можно изображать геометрически точками плоскости. Каждому комплексному числу  $a + bi$  поставили в соответствие точку плоскости с координатами  $A(a; b)$ .

**№ 6-7. Пример.** Разложите на множители многочлен  $5m^3 - 10m^2n^2 + 5m^2$ . Вынесите за скобки  $m^2$ , т.к. переменная  $m$  входит в каждый член данного выражения и ее наименьший показатель равен двум. Вычислите коэффициент общего множителя. Он равен пяти. Таким образом, общий множитель данного выражения равен  $5m^2$ . Отсюда:  $5m^3 - 10m^2n^2 + 5m^2 = 5m^2(m - 2n^2 + 1)$ .

**Пример.** Разложите на множители многочлен  $a^3 - 3a^2 + 4a - 12$ . Произведите группировку следующим образом:  $(a^3 - 3a^2) + (4a - 12)$ . Вынесите за скобку общий множитель  $a^2$  в первой группе и общий множитель 4 во второй группе. Отсюда:  $a^2(a - 3) + 4(a - 3)$ . Вынесите за скобки многочлен  $a - 3$ , получите:  $(a - 3)(a^2 + 4)$ . Следовательно,  $a^3 - 3a^2 + 4a - 12 = (a - 3)(a^2 + 4)$ .

**Пример.** Разложите на множители многочлен  $4x^2 - m^2 + 2mn - n^2$ . Объедините в скобки последние три члена, при этом вынесите за скобки  $-1$ . Получите:  $4x^2 - (m^2 - 2mn + n^2)$ . Выражение в скобках можно представить в виде квадрата разности. Отсюда:  $(2x)^2 - (m - n)^2$ . Это есть разность квадратов, значит, можно записать:  $(2x - m + n)(2x + m + n)$ . 9

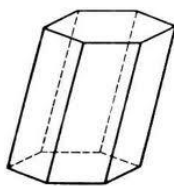
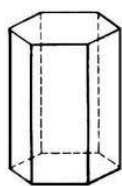
**Пример.** Разложите на множители многочлен  $2a^3 - a^2 - 7a + 2$ . Из второй части формулы для многочлена третьей степени составьте равенства:  $m=2$ ;  $n - mt = -1$ ;  $k - nt = -7$ ;  $-tk = 2$ . Запишите их в виде системы уравнений. Решите ее. Вы найдете значения  $t=2$ ;  $n=3$ ;  $k=-1$ . Подставьте вычисленные коэффициенты в первую часть формулы, получите:  $2a^3 - a^2 - 7a + 2 = (a - 2)(2a^2 + 3a - 1)$ .

Чтобы найти корни многочлена, нужно приравнять его к нулю, решить получившееся уравнение, применяя для разложения на множители вышеуказанные способы. Таким образом,  $4x^2 - m^2 + 2mn - n^2 = (2x - m + n)(2x + m + n)$ .

**№ 24.**

X	$(-\infty, 1)$	- 1	$(-1, 2)$	2	$(2, \infty)$
$F'(x)$	+	0	-	0	+
$F(x)$	↑	- 4	↓	- 31	↑
		Max		min	

**№ 53. Призма** — многогранник, две грани которого являются многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани — параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками.



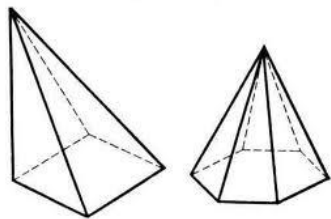
прямоугольная призма

наклонная призма

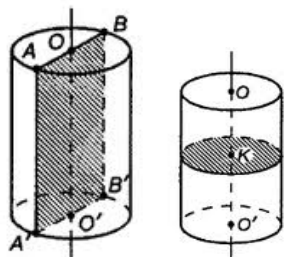
**Пирамида** — многогранник, основание которого — многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырёхугольные и т. д.

наклонная

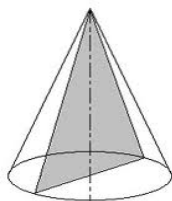
прямая



№54 Сечения цилиндра:



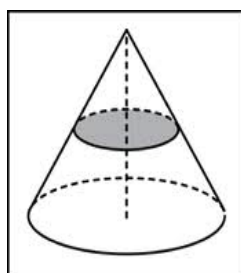
осевое сечение    сечение плоскостью, перпендикулярной оси



Сечения конуса:

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.

(сечением является равнобедренный треугольник)



Сечение плоскостью перпендикулярной оси конуса:

(сечением является круг).